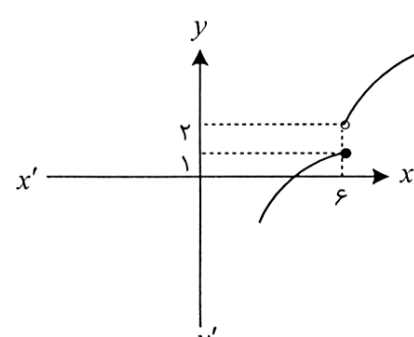


باسمه تعالی

| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح | رشته: علوم تجربی | سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
|--|---|--|--|
| تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۱۷ | | سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی) | |
| کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | | دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۳ | |
| نمره | سؤالات | | ردیف |
| ۰/۷۵ | $\frac{۲-۵x}{۷} < -۱$ مجموعه جواب نامعادله رو به رو را تعیین کرده و به صورت یک بازه نشان دهید. | | ۱ |
| ۱ | دامنه تابع $f(x) = \sqrt{۲x^2 - ۸}$ را تعیین کنید و به صورت فاصله نمایش دهید. | | ۲ |
| ۱ | اگر $f(x) = ۲x - ۷$ و $f(g(x)) = ۵x + ۹$ باشد تابع $g(x)$ را محاسبه کنید. | | ۳ |
| ۱ | توابع $f(x) = \sqrt{۲x^2 + ۷}$ و $g(x) = ۳ - ۲x$ مفروض اند. مقدار $(۱) (۲f - ۳g)$ را به دست آورید. | | ۴ |
| ۰/۷۵ | با توجه به نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل هریک از حدهای زیر را محاسبه نمایید: | | ۵ |
| |  | الف) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$ | |
| ۱/۵ | $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = ۲$ را چنان بیابید که: $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + ۵ & x \geq ۳ \\ \frac{ax - ۳}{x + b} & x < ۳ \end{cases}$ تابع | | ۶ |
| | و $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = ۵$ باشد. | | |
| ۴/۵ | حد توابع زیر را محاسبه کنید. | | ۷ |
| | الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ۳x - ۴}{x^2 - 1}$ | ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ۴}{۳ - \sqrt{x+7}}$ | پ) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{۲x - ۳}{x - 1}$ |
| | ت) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{۴x^5 + ۲x - ۳}{۳x + ۲x^3}$ | ث) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg}(۲x)}{\text{Sin}(۲x)}$ | |
| ۱ | ا را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Sin}(ax)}{۲x} = ۲$ باشد. | | ۸ |
| ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم | | | |

باسمه تعالی

| | | | |
|--|---|---|------------------------------------|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح | رشته: علوم تجربی | سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۱۷ | | سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی) | |
| کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | | دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲ | |
| ۱/۲۵ | $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x > 1 \\ 5 & x = 1 \\ 3x+3 & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی نمایید. | | ۹ |
| ۱ | تابع $f(x) = 2x + 5$ داده شده است، آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 6$ تغییر می‌کند، تعیین کنید. | | ۱۰ |
| ۲ | مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) الف) $y = \sin x \cdot \cos x$ ب) $f(x) = x^3 - \sqrt{1-x-x^2}$ پ) $y = \frac{3-2x^2}{x^3+x-1}$ | | ۱۱ |
| ۱ | تابع $y = ax^2 + 4x + 3$ داده شده است. ضریب a را چنان بیابید که نمودار تابع در نقطه‌ی به طول -1 دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد. | | ۱۲ |
| ۱/۵ | جهت تقعر و نقطه‌ی عطف تابع $y = -2x^3 + 6x^2 + 1$ را در صورت وجود تعیین کنید. | | ۱۳ |
| ۱/۷۵ | نمودار تابع $f(x) = x^2 - 3x + 2$ را رسم کنید. | | ۱۴ |
| ۲۰ | جمع نمرات | | « موفق باشید » |

باسمه تعالی

| | |
|--|---|
| رشته: علوم تجربی | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۱۷ | سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی) |
| کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۳ |

| ردیف | راهنمای تصحیح |
|------|--|
| ۱ | $2 - 5x < -7 \Rightarrow -5x < -9 \Rightarrow x > \frac{9}{5} \quad (./25)$ $\left(\frac{9}{5}, +\infty\right) \quad (./25)$ |
| ۲ | $2x^2 - 8 \geq 0 \quad (./25) \Rightarrow x^2 \geq 4 \quad (./25) \Rightarrow x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2 \quad (./25)$ $D_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \quad (./25)$ |
| ۳ | $f(g(x)) = 2g(x) - 7 = 5x + 9 \Rightarrow 2g(x) = 5x + 16 \quad (./25) \Rightarrow g(x) = \frac{5x + 16}{2} \quad (./25)$ |
| ۴ | $2f(1) - 3g(1) = 2\sqrt{2+7} - 3(3-2) = 6 - 3 = 3 \quad (./25)$ |
| ۵ | $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \quad (./25) \quad \text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1 \quad (./25) \quad \text{پ) } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \text{وجود ندارد} \quad (./25)$ |
| ۶ | $\left. \begin{aligned} \frac{2a-3}{2+b} = 2 &\Rightarrow 2a-3 = 6+2b \Rightarrow 2a-2b = 9 \quad (./25) \\ 9a+2b+5 = 5 &\Rightarrow 9a+2b = 0 \quad (./25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} b = -3 &\text{ و } a = 1 \\ (./25) & \quad (./25) \end{aligned}$ |
| ۷ | $\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+x+4)}{(x-1)(x+1)} \stackrel{./25}{=} 1 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x+4}{x+1} \stackrel{./5}{=} 3$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{3-\sqrt{x+7}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)(3+\sqrt{x+7})}{(3-\sqrt{x+7})(3+\sqrt{x+7})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)(3+\sqrt{x+7})}{9-x-7} =$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(3+\sqrt{x+7})}{\cancel{2-x}} = -\frac{(2+2)(3+3)}{./25} = -\frac{24}{./25}$ $\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = \frac{2-3}{0^+} = -\infty \quad (./25)$ $\text{ت) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^5 + 2x - 3}{3x + 2x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^5}{2x^2} \stackrel{./25}{=} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2x^3 = +\infty \quad (./25)$ $\text{ث) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\text{tg } 2x}{2x}}{\left(\frac{\text{Sin } 2x}{2x}\right)} = 1 \quad (./25)$ |

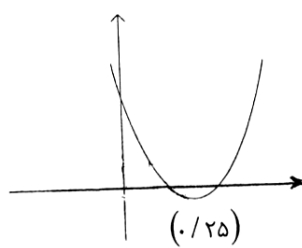
ادامه در صفحه دوم

باسمه تعالی

| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته: علوم تجربی | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|------------|---|-----------|-----------|--|---|---|------------|-----------|---|------------|--|---|--|---|
| سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی) | تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۱۷ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۳ | کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۸ | $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin ax}{ax} \right)^{\frac{a}{2}} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a}{2} \right)^{\frac{a}{2}} = 2 \Rightarrow a = 4 \quad (./25)$ <p>(./5)</p> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۹ | $\left. \begin{aligned} \text{حد راست} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x + 3 = 5 \quad (./25) \\ \text{حد چپ} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} 3x + 3 = 6 \quad (./25) \end{aligned} \right\} f(1) = \text{حد راست} \neq \text{حد چپ} \rightarrow \text{پیوسته نیست} \quad x=1 \text{ در } f \quad (./25)$ <p>$f(1) = 5 \quad (./25)$</p> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۰ | $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(6) - f(2)}{6 - 2} = \frac{17 - 9}{6 - 2} = 2 \quad (./25)$ <p>(./5)</p> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | <p>الف) $y' = \cos x \cdot \cos x \quad (./25) - \sin x \cdot \sin x \quad (./25)$</p> <p>ب) $f'(x) = 3x^2 - \frac{-1 - 2x}{2\sqrt{1-x-x^2}} \quad (./25)$</p> <p>(./5)</p> <p>پ) $y' = \frac{-4x(x^2 + x - 1) \quad (./25) - (3x^2 + 1)(3 - 2x^2) \quad (./25)}{(x^2 + x - 1)^2 \quad (./25)}$</p> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | $y' = 2ax + 4 \quad (./25)$ <p>(./5)</p> $y'(-1) = 0 \rightarrow -2a + 4 = 0 \rightarrow a = 2 \quad (./25)$ <p>(./5)</p> | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | $y' = -6x^2 + 12x \quad (./25)$ $y'' = -12x + 12 \quad (./25) \xrightarrow{y''=0} x=1 \text{ و } y=5 \quad (1,5) \text{ نقطه عطف}$ <p>(./25) (./25)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۱</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>علامت y''</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>جهت تقعر y</td> <td>تقعر بالا</td> <td>۵</td> <td>تقعر پایین</td> </tr> <tr> <td></td> <td>∪</td> <td></td> <td>∩</td> </tr> </table> <p>جدول (./5)</p> | x | $-\infty$ | ۱ | $+\infty$ | علامت y'' | | + | - | جهت تقعر y | تقعر بالا | ۵ | تقعر پایین | | ∪ | | ∩ |
| x | $-\infty$ | ۱ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | |
| علامت y'' | | + | - | | | | | | | | | | | | | | |
| جهت تقعر y | تقعر بالا | ۵ | تقعر پایین | | | | | | | | | | | | | | |
| | ∪ | | ∩ | | | | | | | | | | | | | | |
| ادامه در صفحه ی سوم | | | | | | | | | | | | | | | | | |

باسمه تعالی

| | |
|--|---|
| رشته: علوم تجربی | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۱۷ | سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی) |
| کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۳ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|------------|------------|---------------|------------|---------------|-----|-----------|------|--|---|---|---|---|---|-----|--|------------|------------|------------|------------|------------|----|
| $D_f = R$ $y = 0 \rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \quad (0/25)$ $x = 0 \rightarrow y = 2 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty \quad (0/25) \quad y' = f'(x) = 2x - 3 \quad (0/25)$ $f'(x) = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{4} \quad (0/25)$ | <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$\frac{3}{2}$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td>\searrow</td> <td>\searrow</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> <td>\nearrow</td> </tr> </table> <p>رسم جدول (0/25)</p>  | x | $-\infty$ | 0 | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 | $+\infty$ | y' | | - | - | 0 | + | + | y | | \searrow | \searrow | \searrow | \nearrow | \nearrow | ۱۴ |
| x | $-\infty$ | 0 | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | | - | - | 0 | + | + | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | | \searrow | \searrow | \searrow | \nearrow | \nearrow | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| مصححین محترم ضمن عرض سلام و خسته نباشید لطفاً برای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید. با تشکر | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |